

因素分析 (Factor Analysis) 大綱

- 因素分析的起源:

因素分析技術是目前受到最多注意與討論的統計研究法，它起源於 1904 年，由英國心理學家 Charles Spearman 提出了因素分析這個方法，他利用不同心理測驗結果間的相關性，計算出一個可以代表所有測驗共通部分的單一因子。(例子)

- 定義

這個單一因子，也就是現在要討論的因素，”因素”在字典上的字義是一決定事物成敗的原因或條件。在因素分析中的”因素”也是這個意義一致，就是希望從數據的分析結果中，找出影響的因子有些。

因素分析又分”探索性因素分析”(Exploratory Factor Analysis; EFA)及”驗證性因素分析”(Confirmatory Factor Analysis ; CFA)，從字面上大家應該大概可以猜得到它們的不同！”探索性因素分析”是用於研究者對這些因素還沒有了解，想要找出有哪些因素的情況下使用(例子)；而”驗證性因素分析”則是在研究者在研究前就已有既定的假設，例如多元智慧是由語文、數學、空間...等八個因素所組成，再用問卷收集資料，再作分析，所以”驗證性因素分析”具有理論檢驗與確認的功能。

- 使用時機 (測量潛在特質)

1. 進行測量效度的驗證—建構效度。
2. 簡化測驗內容—找出最大關聯的題目。
3. 測驗編製—項目分析，檢驗試題的優劣好壞。

- 先備知識

1. 因素分析圖解讀

$$M = 0.80 \times I + U_m;$$

$$C = 0.90 \times I + U_c;$$

$$H = 0.65 \times I + U_h;$$

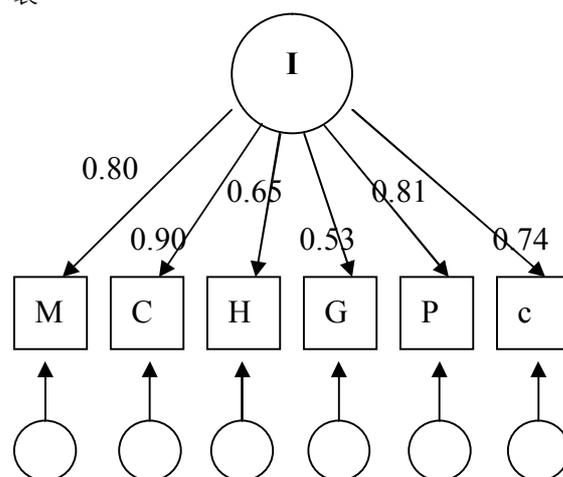
$$G = 0.53 \times I + U_g;$$

$$P = 0.81 \times I + U_p;$$

$$c = 0.74 \times I + U_c;$$

這個公式跟迴歸很像，但有兩點主要不同。

第一，此時六個變項並非互相獨立，而是有一共同特質；第二，他們背後共同特質分數 Y，是一個理論分數，但實際上並不存在(潛在特質)。



2. 共變及相關的定義及公式
3. 資料必為連續變項
4. N 要夠大

Comrey(1973)建議樣本宜大於 300；而 Gorsuch(1983)提出更為相對性的策略，他認為樣本數最少為變項數的五倍，且大於 100。

5. 相關值要適中

若相關值太低，則難以抽取一組穩定的因素，得出結果也不夠精確！然而相關太高的變項，亦有多元共線性之虞，有區辨效度不足的疑慮，所獲得的因素結構價值不高。

6. 向度及投射計算

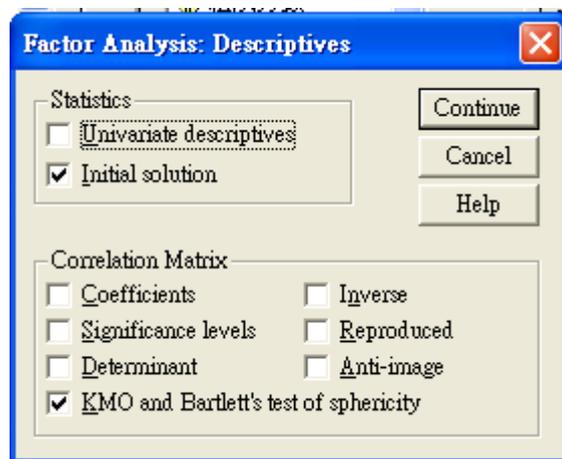
● 因素分析的步驟:

例子：全民體適能測驗包括十個項目，現收集了 1993 位男性青年之體適能分數，請找出是甚麼潛在因素影響著他們在這些項目的表現？（資料來源：王錠堯，王順正，2004）

肌力分數→仰臥起坐
 柔軟分數→坐姿體前
 耐力分數→千六公尺
 組成分數→Bmi
 敏捷分數→折返跑
 協調分數→手球擲遠
 平衡分數→閉眼單腳
 速度分數→五十公尺
 反應分數→落棒反應
 瞬發分數→立定跳遠

1. 考驗共變／相關矩陣

KMO／Bartlett



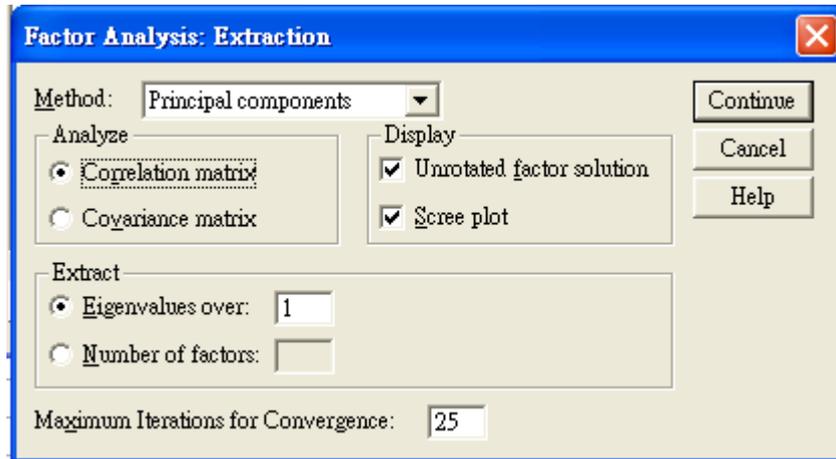
KMO（取樣適切性量數；Kaiser-Meyer-Olkin measure of sampling adequacy）是代表與該變項有關的所有相關係數與淨相關係數的比較值，越大表示相關情形越好，Kaiser(1974)所提出的決策標準如下：

KMO 統計量	適合性
.90 以上	極佳的(marvelous)
.80~.90	良好的(meritorious)
.70~.80	中度的(middling)
.60~.70	平庸的(mediocre)

.50~.60	可悲的(miserable)
.50 以下	不能接受的(unacceptable)

Bartlett 球形考驗即可用來檢驗是否相關係數不同且大於 0，顯著的球形考驗表示相關係數足以作為因素分析抽取因素之用。

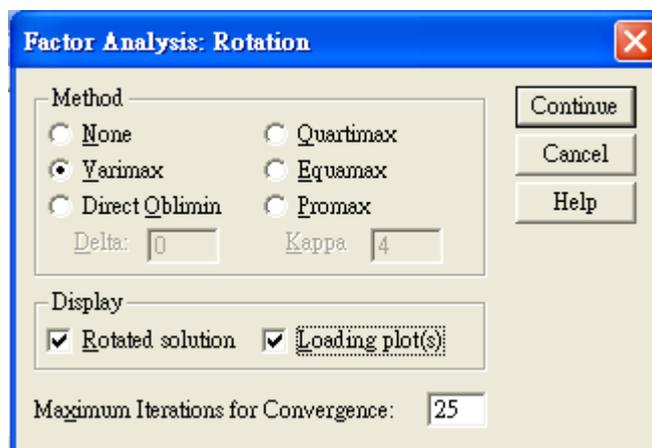
2. 抽取共同因素：決定因素方法，抽取個數（決策方法）



最常用的抽取方法是主成份分析法（PCF；Principle Components Factoring）及主軸因素法（PAF；Principal Axis Factoring），它們最大的不同，是在於主軸因素法是分析變項間的共同變異量而非全體變異量，即相關矩陣中的對角線，由原來的 1.00 改用共同性(communalities)來取代。

而決定因素個數，其最常用的方法是根據特徵值（eigenvalue）的大小來決定，特徵值代表某一因素可解釋的總變異量，特徵值越大，代表該因素的解釋力越強，在 SPSS 中是內定為大於 1，這也是最常被使用的方法。

3. 找出最適合的解釋（進行因素轉軸，轉軸方法）



前面的步驟目的是在建立變項與因素之間的關係，而轉軸的目的，則是在釐清因素與因素之間的關係，從而找出最簡單且最適合的結構。

而轉軸法中又分直交轉軸(orthogonal rotation)與斜交轉軸(oblique rotation)兩種，所謂直交就是指轉軸過程當中，因素間的軸線夾角保持為 90 度，亦即互相獨立，而斜交則沒有這個限制。

在轉軸法中最常用的是 Varimax 及 Quartimax，其中 Varimax 是以讓題目在每個因素間的因素負荷量變異最大為目的，而 Quartimax 則是以讓因素在每個題目間的因素負荷量變異量最大為目的。

4. 命名（命名準則）

依據轉軸後的負荷量，可把各題目分到前面所設定的幾個因素去，再根據能解釋該因素的题目作命名準則！此部份為非統計推論，故請大家還是要熟讀本科知識，對處理這部份必有助益。

因素分析的報表說明:

1. 考驗共變／相關矩陣

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.858
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	3135.711
	df	45
	Sig.	.000

KMO值為0.858，屬於良好的範圍，可做因素分析

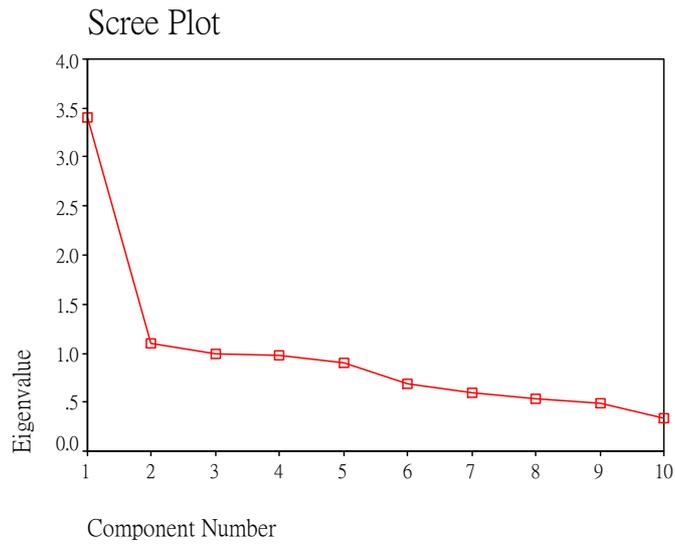
2. 抽取共同因素：決定因素方法，抽取個數（決策方法）

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	3.403	34.031	34.031	3.403	34.031	34.031
2	1.097	10.971	45.001	1.097	10.971	45.001
3	.993	9.927	54.928			
4	.973	9.733	64.662			
5	.894	8.941	73.603			
6	.690	6.903	80.506			
7	.595	5.946	86.452			
8	.540	5.395	91.847			
9	.483	4.828	96.675			
10	.332	3.325	100.000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

依據Eigenvalues大於 1 的原則，可抽出兩個因素



依據陡坡圖結果，也是抽出兩個因素

根據以上結果抽取兩個因素後的負荷量

Component Matrix ^a

	Component	
	1	2
肌力分數	.638	.278
柔軟分數	.210	-1.574E-02
耐力分數	.634	.377
組成分數	.245	.643
敏捷分數	.673	-.174
協調分數	.718	-.295
平衡分數	.222	.236
速度分數	.771	-.116
反應分數	.397	-.527
瞬發分數	.848	5.853E-03

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 2 components extracted.

3. 找出最適合的解釋（進行因素轉軸，轉軸方法）

Rotated Component Matrix ^a

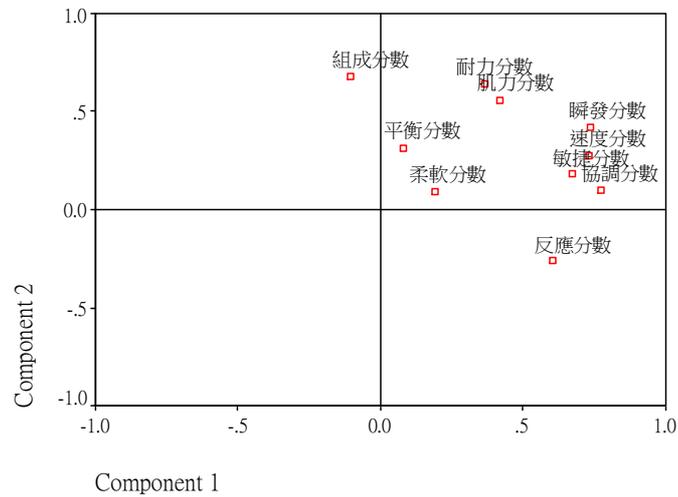
	Component	
	1	2
肌力分數	.418	.556
柔軟分數	.190	8.941E-02
耐力分數	.367	.640
組成分數	-.103	.680
敏捷分數	.672	.180
協調分數	.770	9.676E-02
平衡分數	7.746E-02	.315
速度分數	.729	.278
反應分數	.605	-.263
瞬發分數	.735	.422

Extraction Method: Principal Component Analysis.
 Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 3 iterations.

以空間圖示之:

Component Plot in Rotated Space



4. 命名 (命名準則)

Rotated Component Matrix ^a

	Component	
	1	2
肌力分數	.418	<u>.556</u>
柔軟分數	.190	8.941E-02
耐力分數	.367	<u>.640</u>
組成分數	-.103	<u>.680</u>
敏捷分數	<u>.672</u>	.180
協調分數	<u>.770</u>	9.676E-02
平衡分數	7.746E-02	.315
速度分數	<u>.729</u>	.278
反應分數	<u>.605</u>	-.263
瞬發分數	<u>.735</u>	.422

Extraction Method: Principal Component Analysis.
 Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 3 iterations.

身體機能：肌力、耐力、組成（bmi）

運動潛能：敏捷、協調、速度、反應、瞬發。